UNIVERSIDAD JUÁREZ AUTÓNOMA DE TABASCO
División Académica de Ciencias Básicas · Licenciatura en Matemáticas

Introducción a las cadenas de Markov

Del estado presente a las probabilidades del futuro

Oscar Constantino Urbina

XIX Foro de Matemáticas del Sureste · III Simposio Internacional de Matemáticas · 2026

UNIVERSIDAD JUÁREZ AUTÓNOMA DE TABASCO
"Estudio en la duda. Acción en la fe"

INTRODUCCIÓN

Muchos sistemas cambian de estado con el tiempo. Las cadenas de Markov describen esos cambios mediante probabilidades. Su idea central: conocido el estado actual, la historia anterior no aporta información adicional sobre el siguiente estado.

OBJETIVO

Explicar los conceptos básicos, interpretar una matriz de transición y calcular una probabilidad con un ejemplo sencillo.

CONCEPTOS BÁSICOS

Estado: elemento $i \in S$, donde S es el espacio de estados. Aquí, $S = \{O, L\}$.

Una cadena de Markov de tiempo discreto es un proceso estocástico $(X_n)_{n\geq 0}$, con valores en un espacio de estados finito o numerable S, que satisface:

$$P(X_{n+1} = j \mid X_0 = i_0, \ldots, X_n = i_n) = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i_n),$$

para todo $n \geq 0$ y cualesquiera $i_0, \ldots, i_n, j \in S$, siempre que el evento condicionante tenga probabilidad positiva.

X_n representa el estado del sistema en el día n.

Transición $i \to j$: ocurre cuando $X_n = i$ y $X_{n+1} = j$. Su probabilidad condicional es

$$p_{ij} = P(X_{n+1} = j \mid X_n = i).$$

Se lee: probabilidad de que $X_{n+1} = j$, **dado que** $X_n = i$.

En este ejemplo, usamos las mismas probabilidades de transición para ambos días. El estado del tiempo sí puede cambiar.

MATRIZ DE TRANSICIÓN

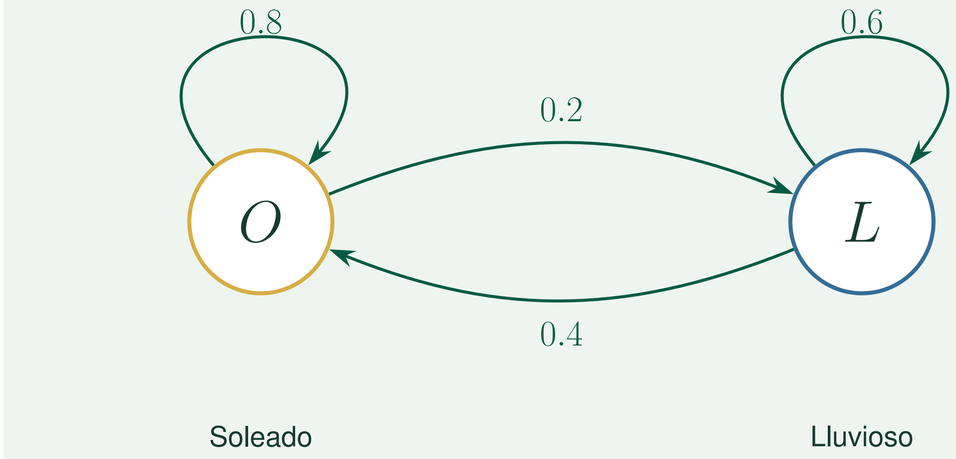
La matriz $P = (p_{ij})$ reúne las probabilidades: cada **fila indica el estado actual** y cada **columna, el siguiente**.

$$P = \begin{array}{c} \\ O \\ L \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} O & L \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix} \end{array}$$

Cada entrada está entre 0 y 1. Las filas suman 1, porque incluyen todos los estados posibles del día siguiente.

EJEMPLO: ¿SOL O LLUVIA?

Consideremos dos estados: **soleado (O)** y **lluvioso (L)**. Las flechas muestran las probabilidades de pasar al día siguiente.



Si hoy está soleado, mañana lloverá con probabilidad 0.2 (20%).

Modelo ilustrativo con valores supuestos; no es un pronóstico meteorológico real.

UN CÁLCULO EN DOS DÍAS

Si hoy está soleado, ¿qué probabilidad hay de que llueva pasado mañana? Hay dos caminos posibles:

$$O \to O \to L: \quad 0.8 \times 0.2 = 0.16$$

$$O \to L \to L: \quad 0.2 \times 0.6 = 0.12$$

Sumamos los caminos, pues mañana no puede estar en ambos estados a la vez:

$$0.16 + 0.12 = 0.28 = 28\%$$

Por lo tanto, si hoy está soleado, la probabilidad de que llueva **pasado mañana** es del **28%**.

ALGUNAS APLICACIONES

Clima: cambios entre tipos de tiempo.
Equipos: funcionamiento y fallas.
Clientes: cambios de preferencia.

CONCLUSIÓN El estado actual y la matriz de transición permiten calcular probabilidades futuras. El modelo expresa incertidumbre: no predice con certeza qué ocurrirá.

Bibliografía: C. M. Grinstead y J. L. Snell, *Introduction to Probability*, cap. 11: Markov Chains. Dartmouth College. https://math.dartmouth.edu/~prob/prob/OLD/prob.pdf

Ejemplo y diagrama de elaboración didáctica.