¿Es posible tener una población bilingüe?

Valentina Romero Vivanco, Dra. Brenda Tapia Santos

Facultad de Matemáticas. Xalapa, Veracruz

Introducción

- En el 2003 surge el modelo Abrams-Strogatz.
- El modelo describe la competencia entre dos idiomas dentro de una población.
- Este modelo propone agregar la variable del bilingüismo para probar si es posible una población así.

Modelo

$$\frac{dx}{dt} = yP_{YX} + bP_{BX} - x(P_{XY} + P_{XB}),$$
$$\frac{dy}{dt} = xP_{XY} + bP_{BY} - y(P_{YX} + P_{YB}),$$
$$\frac{db}{dt} = xP_{XB} + yP_{YB} - b(P_{BY} + P_{BX}).$$

con

$$P_{XB} = c \cdot k(1-s)(1-x)^a,$$
$$P_{YB} = c \cdot ks(1-y)^a,$$
$$P_{BX} = P_{YX} = c \cdot (1-k)s(1-y)^a,$$
$$P_{BY} = P_{XY} = c \cdot (1-k)(1-s)(1-x)^a.$$

- k = Similitud lingüística entre los idiomas.
- s = Estatus relativo (ventajas sociales y/o económicas que el idioma ofrece).
- c = Factor de normalización relacionado con la escala temporal.
- a Parámetro de potencia. Será utilizado con el valor $a = 1.31$

Nuevas ecuaciones

1. Este es un modelo conservativo, así la población está dada por
$$M = x + y + b = 1.$$
2. Sustituimos $b = 1 - x - y$ en las ecuaciones obteniendo
$$\frac{dx}{dt} = -x(P_{BX} + P_{XY} + P_{XB}) + P_{BX},$$
$$\frac{dy}{dt} = -y(P_{BY} + P_{YX} + P_{BY}).$$
3. La nueva región es $x + y \leq 1$.



Gráficas

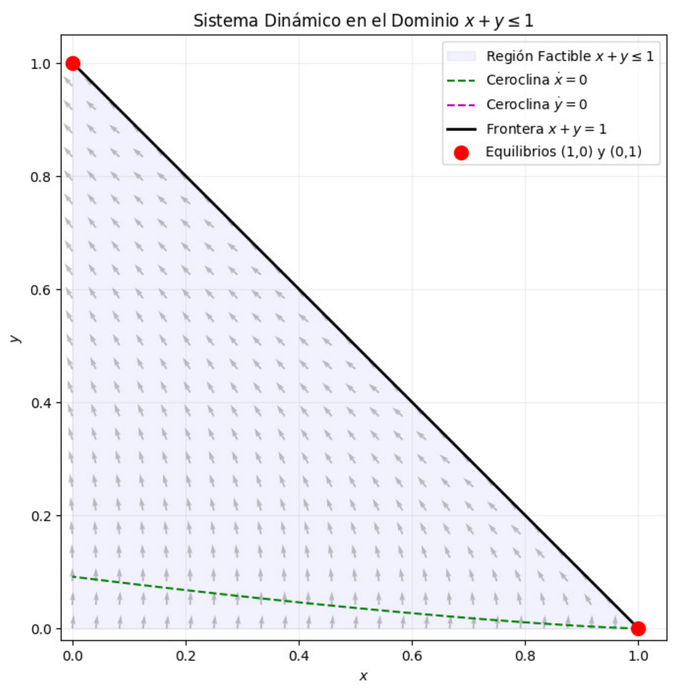


Figura 1: Para valores $s = 0.9$ y $k = 0.2$.

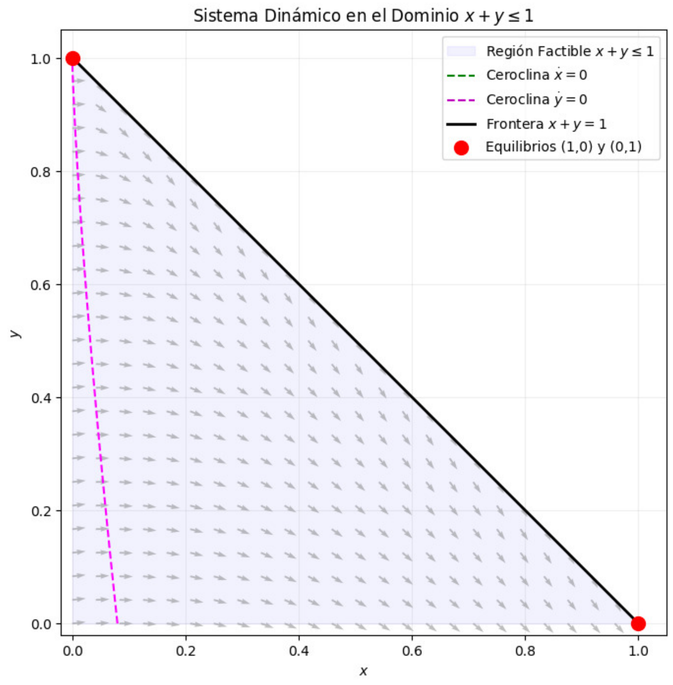


Figura 2: Para valores $s = 0.1$ y $k = 0.3$.

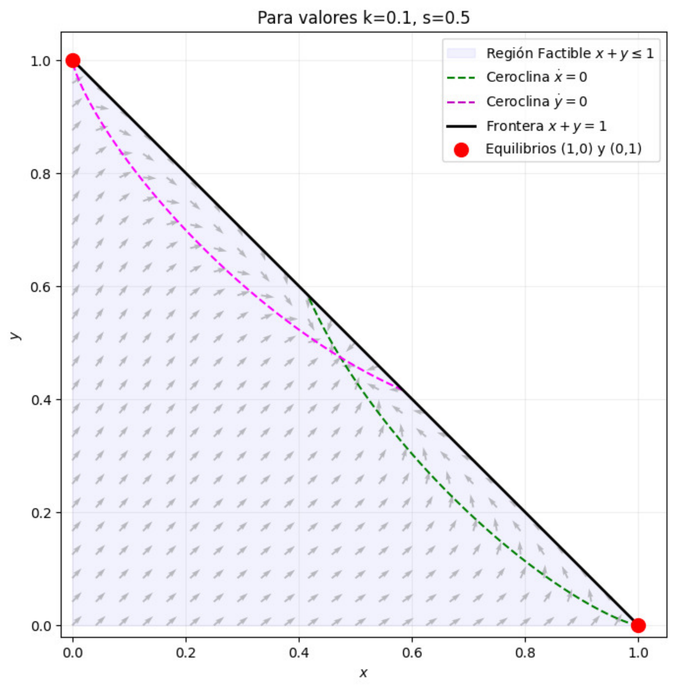


Figura 3: Para valores $s = 0.5$ y $k = 0.1$

Adimensionalización

El único parámetro no adimensional es c.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (1-y)[(1-x)^a(1-k)(1-s) - sy(1-y)^{a-1}] \\ \frac{dy}{dt} = (1-x)[(1-y)^a(1-k)s - x(1-s)(1-x)^{a-1}] \end{cases}$$

Puntos de equilibrio y estabilidad

1. $P_0 = (1,1)$, que queda descartado por no pertencer al sistema.
2. $P_1 = (0,1)$ si $s \neq 1$.
3. $P_2 = (1,0)$ si $s \neq 0$.
4. $P_3 = (x^*, y^*)$ si $s = 0.5$.

Tenemos que

- P_1 y P_2 son puntos estables.
- P_3 es asintóticamente estable en $0 \leq k < 0.383$ e inestable tipo silla en $0.383 < k \leq 1$.

Conclusión

1. Para valores de k pequeños, se favorece la existencia de una población bilingüe a largo plazo.
2. Para valores de k grandes el sistema tiende hacia el idioma predominante.
3. La población siempre optará por el idioma con mayor estatus.

Bibliografía

[1] Jorge Mira, Luís Seoane, and Juan Nieto.
Importance of interlinguistic similarity and stable bilingualism when two languages compete.
New Journal of Physics, 13:033007, 03 2011.

[2] Dietrich Stauffer, Xavier Castelló, Víctor M. Eguíluz, and Maxi San Miguel.
Microscopic abrams–strogatz model of language competition.
Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 374(2):835–842, 2007.

s22014089@estudiantes.uv.mx